

Lösung zur Tafelübung 2

Antennen- und Mehrantennensysteme WS2020/21

Aufgabe 1 Beschreiben Sie die Funktionsweise einer Patchantenne und zeichnen Sie in einen Längsschnitt die elektrischen Feldlinien ein. Bestimmen Sie mit einfachen Näherungsformeln die Länge einer Patchantenne für 24 GHz auf einem 0,4 mm dicken Substrat mit $\epsilon_r = 2,2$. Nach welchem Kriterium bestimmen Sie die Länge des Insets bei Speisung mittels Mikrostreifenleitung? Geben Sie eine Größenordnung für den erreichbaren Gewinn an. Zeichnen Sie Ausbreitungsrichtung und Polarisisation ein.

Eine Patchantenne lässt sich auf verschiedene Weisen betrachten und erklären. Eine Möglichkeit besteht darin, sie als Mikrostreifenleitung zu betrachten (z. B. Per-Simon Kildal: Foundations of Antenna Engineering: A Unified Approach for Line-of-Sight and Multipath; kostenlos zum Download verfügbar). Da diese Leitungen auf einem Substrat aufgebracht sind, lässt sich näherungsweise ein effektives $\epsilon_{r,\text{eff}}$ berechnen (gilt für alle Mikrostreifenleitungen außer Patchantennen), das einem Mittelwert über die Ausbreitung in der Luft und im Substrat entspricht. Es gilt dann

$$\epsilon_{r,\text{eff},\text{Mikrostreifenleitung}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2}. \quad (1)$$

Da es sich bei der Patchantenne jedoch um eine sehr breite Leitung handelt, befindet sich das meiste Feld innerhalb des Substrates, so dass hier stattdessen

$$\epsilon_{r,\text{eff},\text{Patch}} = \epsilon_r \quad (2)$$

gilt. Es handelt sich dabei um eine Leitung, die an beiden Enden offen ist und nur an einer Stelle gespeist wird. Dadurch ergibt sich eine Resonanz und die Feldlinien lassen sich im Längsschnitt wie in Abbildung 1 darstellen.

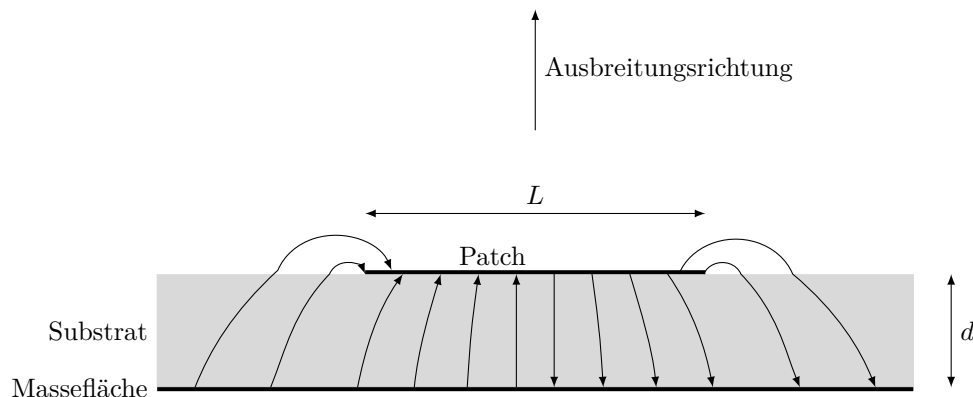


Abbildung 1: Längsschnitt eines Patches mit elektrischen Feldlinien (Speisung nicht eingezeichnet)

Damit sich die Patchantenne in Resonanz befindet und abstrahlen kann, benötigt sie eine effektive Länge von $L_{\text{eff}} = \frac{\lambda}{2}$. Die tatsächliche Länge L ist jedoch geringer, weil die Felder über die Enden hinausreichen (fringing fields). Dabei gilt

$$L_{\text{eff}} = L + 2\Delta L, \quad (3)$$

wobei ΔL vor allem von der Substratdicke d abhängig ist und mit steigender Substratdicke zunimmt. Näherungsweise gilt

$$\Delta L = \frac{d}{2}. \quad (4)$$

Für die Abstrahlung kann die Patchantenne nun als Kavität betrachtet werden, d. h. als Hohlraumresonator mit den effektiven Längen und Breiten der Patchantenne. An den Kanten werden allerdings, im Gegensatz zum metallischen Resonator, H -Felder zugelassen, die in diesem Modell für die Abstrahlung verantwortlich gemacht werden. Die zugehörigen magnetischen Ströme zeigt Abbildung 2.

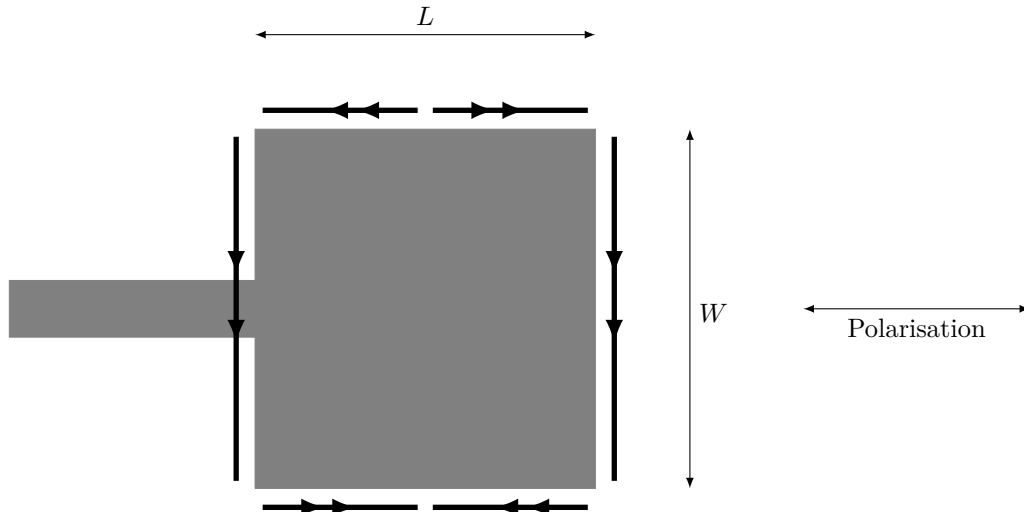


Abbildung 2: Draufsicht auf eine Patchantenne mit den magnetischen Strömen an den Kanten, die die Abstrahlung verursachen

Die Querkanten sind gleichphasig angeregt, während die Längskanten einen Phasensprung aufweisen, sich deshalb auslöschen und nicht abstrahlen. Durch die Länge des Resonators von $\frac{\lambda}{2}$ gibt es in der Substratebene keine Abstrahlung, weil sich die Wellen auslöschen. Senkrecht zum Substrat ergibt sich eine konstruktive Überlagerung der Wellen und damit Abstrahlung in Richtung *Broadside*.

Die notwendige Länge einer Patchantenne lässt sich näherungsweise mit folgender Formel berechnen:

$$L = \frac{1}{2} \frac{c_0}{f\sqrt{\epsilon_r}} - 2\Delta L. \quad (5)$$

Mit $\Delta L = \frac{d}{2}$ ergibt sich für die Länge L im Beispiel

$$L = \frac{1}{2} \frac{c_0}{f\sqrt{\epsilon_r}} - d = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24 \times 10^9 \text{ GHz} \sqrt{2,2}} - 0,4 \text{ mm} = 3,81 \text{ mm} \quad (6)$$

Da es sich um einen Resonator handelt, ist das elektrische Feld außen maximal und in der Mitte minimal. Der Strom dagegen verhält sich umgekehrt. Demzufolge wäre die Eingangsimpedanz am Rand ziemlich groß und in der Mitte der Antenne 0. Deshalb wird der Einspeisepunkt mit Hilfe von Inset-Speisung so verschoben, dass die Eingangsimpedanz an den Wellenwiderstand der Leitung angepasst ist.

Die Verwendung einer einfachen Patchantenne ermöglicht einen Gewinn zwischen 5 und 8 dBi.

Aufgabe 2 Zeichnen Sie einen Faltdipol und geben Sie die wichtigsten Kenngrößen an. Beschreiben Sie die Funktionsweise und nennen Sie den Gewinn. Zeichnen Sie zusätzlich Horizontal- und Vertikalrichtcharakteristik in kreisförmige Diagramme. Was ändert sich, wenn ein unsymmetrischer Faltdipol über einer unendlich ausgedehnten Massefläche verwendet wird?

Ein Faltdipol ist vergleichbar mit einem Dipol und muss deshalb eine Länge von etwa $\frac{\lambda}{2}$ haben. Im Gegensatz dazu lässt sich jedoch durch die Verwendung eines zweiten Stabes, der direkt neben dem gespeisten liegt, die Eingangsimpedanz einstellen. Aufgrund des geringen Abstandes zwischen den Stäben sind diese stark gekoppelt und zwischen den Strömen besteht ein direkter Zusammenhang. Bei gleich

dicken Stäben beispielsweise fließt in beiden Stäben der gleiche Strom. Damit insgesamt die gleiche Leistung wie bei dem vergleichbaren Dipol abgestrahlt wird, ist die Eingangsimpedanz jedoch vier Mal so groß.

Der Gewinn ist näherungsweise wie bei einem Dipol.

Die entscheidenden Kenngrößen sind hierbei die Stabdicken (d_1 und d_2) und ihr Abstand a . Allgemein gilt für die Eingangsimpedanz $R_{\text{Faltdipol}}$ im Vergleich zu der Eingangsimpedanz des vergleichbaren Dipols R_{Dipol}

$$R_{\text{Faltdipol}} = \ddot{u} R_{\text{Dipol}} \quad (7)$$

mit

$$\ddot{u} = \left(\frac{\ln 2 \frac{a}{d_1}}{\ln 2 \frac{a}{d_2}} + 1 \right)^2, \quad (8)$$

wobei d_1 die Dicke des gespeisten Leiters angibt.

Die Richtcharakteristik entspricht im Prinzip der eines Dipols (siehe Abbildung 3).

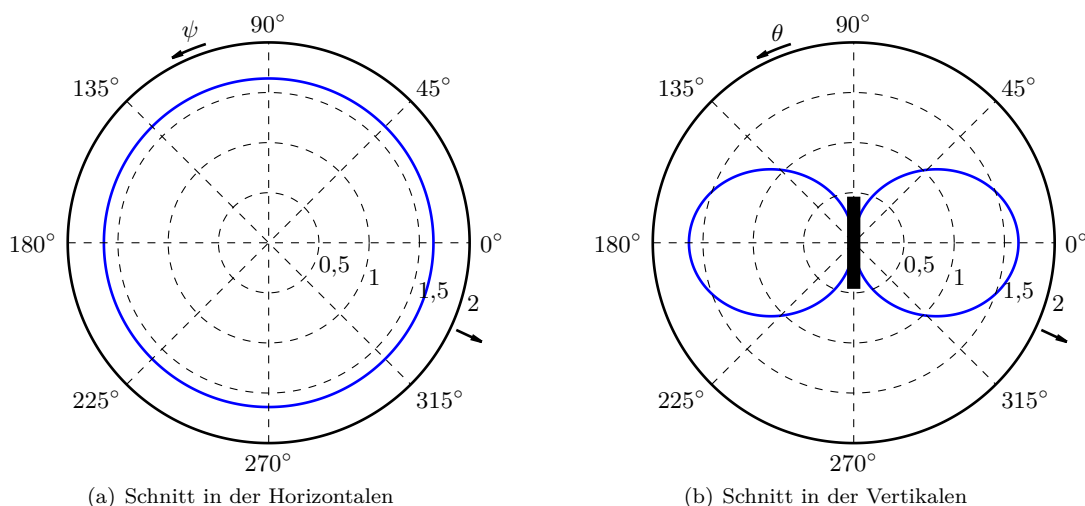


Abbildung 3: Richtcharakteristiken des Faltdipols ('Gewinn ist berücksichtigt)

Ein unsymmetrischer Faltdipol ist nur halb so lang wie der symmetrische Faltdipol und verhält sich bei unendlich ausgedehnter Massefläche im oberen Halbraum gleich wie der symmetrische Faltdipol. Allerdings ist der Gewinn um 3 dB vergrößert, weil nur in das halbe Volumen abgestrahlt wird. Gleichzeitig ist eine unsymmetrische Speisung notwendig und die Eingangsimpedanz halbiert sich.

Aufgabe 3 Ein Langwellensender in Burg nahe Magdeburg dient zur Ausstrahlung eines Rundsteuersignals für beispielsweise Stromzähler und Straßenlaternen. Der als Reserve vorgehaltene Mast ist 210 m hoch und strahlt auf der Frequenz 139 kHz ab (der Hauptmast ist noch höher). Die Dicke wird zu 1,5 m angenommen. In der Realität ist ein 100 kW-Sender installiert, der über ein induktives Anpassnetzwerk im Abstimmittelhaus angeschlossen ist. Das Anpassnetzwerk soll jetzt durch eine Dachkapazität ersetzt werden, wodurch ebenfalls eine reelle Eingangsimpedanz erreicht werden kann. Welchen Wert müsste diese annehmen? Ist diese realisierbar?

Häufig sind $\frac{\lambda}{4}$ lange Monpole mechanisch nicht stabil genug oder zu teuer. Im vorliegenden Fall müsste der Mast mit $\frac{\lambda}{4}$ etwa

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{c_0}{4f} = \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 139 \text{ kHz}} = 540 \text{ m} \quad (9)$$

hoch sein. Deshalb wird die Höhe der Antenne verringert und durch elektrische Maßnahmen ausgeglichen. Eine Möglichkeit besteht darin, am oberen Ende des Monopols eine Dachkapazität anzubringen. Dadurch

wird die Stromverteilung so geändert, dass der Strombauch wieder nach oben rutscht (siehe Abbildung 4). Damit sinkt der Blindwiderstand am Speisepunkt und die Bandbreite steigt.

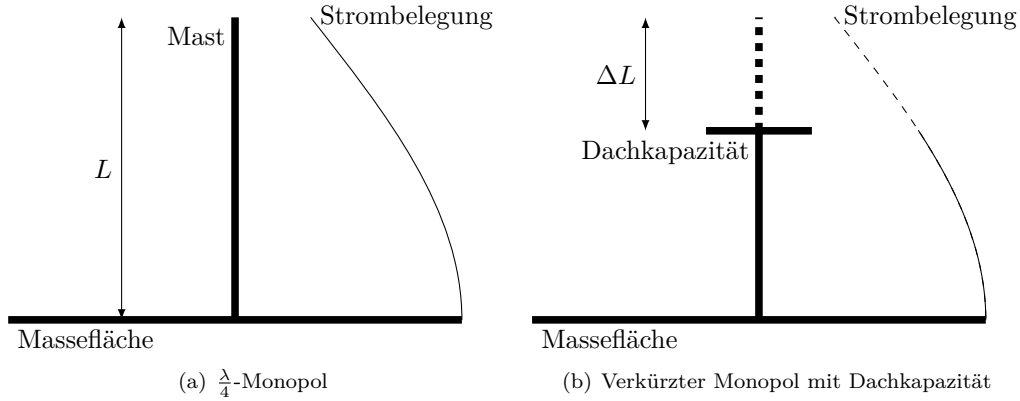


Abbildung 4: Monopole mit Strombelegung

Für die zu ersetzende Länge ΔL gilt

$$\Delta L = \frac{\lambda}{4} - L_{\text{Mast}} = 540 \text{ m} - 210 \text{ m} = 330 \text{ m}. \quad (10)$$

Die Kapazität am Kopf des Monopols hat die gleiche Eingangskapazität wie die ersetzte Länge. Es gilt mit dem Wellenwiderstand Z_L für den Wert der Dachkapazität bei Berechnung als Leitung mit Leerlauf am Ende

$$\frac{1}{j\omega C} = -jZ_L / \tan\left(\frac{2\pi\Delta L}{\lambda}\right), \quad (11)$$

wobei für den Wellenwiderstand des Vertikalteils der Antenne

$$Z_L = 60 \Omega \cdot \ln\left(\frac{1,15L_{\text{Mast}}}{2a}\right) = 60 \Omega \cdot \ln\left(\frac{1,15 \cdot 210 \text{ m}}{1,5 \text{ m}}\right) = 305 \Omega \quad (12)$$

gilt. Daraus lässt sich der notwendige Wert der Dachkapazität zu

$$C = \frac{\tan\left(\frac{2\pi \cdot 330 \text{ m}}{2158 \text{ m}}\right)}{2\pi \cdot 139 \text{ kHz} \cdot 305 \Omega} = 5,38 \text{ nF} \quad (13)$$

berechnen. Um die physikalische Größe abzuschätzen, wird der Wert mit einem Plattenkondensator verglichen:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{L_{\text{Mast}}} = \varepsilon_0 \frac{\pi r_C^2}{L_{\text{Mast}}}. \quad (14)$$

Daraus ergibt sich für die Dachkapazität ein Radius von

$$r_C = \sqrt{\frac{CL_{\text{Mast}}}{\pi\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{5,38 \text{ nF} \cdot 210 \text{ m}}{8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}}} = 357 \text{ m}. \quad (15)$$

Eine Kopfkapazität in dieser Größe ist natürlich nicht als Ring realisierbar, aber beispielsweise als T-Antenne, die zwischen zwei Masten aufgespannt wird.

Als Alternative zu der Kopfkapazität kann auch eine Induktivität am Fußpunkt eingesetzt werden.¹

¹Bilder und genauere Informationen zum Sender finden sich unter http://www.waniewski.de/LW/Burg_I/index.htm

Aufgabe 4 Sie haben ein Array aus zwei identischen Einzelantennen vorliegen, die gleich orientiert sind und für die $z = 0$ gilt. Ihr Abstand beträgt $0,32\lambda_0$ und gespeist wird über verlustlose Koaxialleitungen ($\varepsilon_r = 2,2$). Nach einer idealen Leistungsaufteilung führen Kabel der Längen $l_1 = 1,2\lambda_0$ und $l_2 = 1,42\lambda_0$ zu den beiden Antennen (Achtung: λ_0 ist die Freiraumwellenlänge). Berechnen Sie den Gruppenfaktor in der Ebene $z = 0$ und zeichnen Sie ihn qualitativ in ein kreisförmiges Diagramm. Wie groß ist das $\varepsilon_{r,\text{eff}}$ der beiden Koaxialleitungen?

Zuerst muss die Phasendifferenz an den Antennen berechnet werden. Bei einem Koaxialleiter ist – im Gegensatz zur Mikrostreifenleitung – das gesamte Feld im Dielektrikum. Deshalb gilt $\varepsilon_{r,\text{eff}} = \varepsilon_r$ und es folgt für die effektiven Längen und Phasen

$$l_{1,\text{eff}} = 1,2\lambda_0\sqrt{\varepsilon_r} \quad (16)$$

und

$$\varphi'_{01} = 360^\circ \frac{l_1}{\lambda_0} = 360^\circ \frac{1,2\lambda_0\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0} = 360^\circ \cdot 1,2 \cdot \sqrt{2,2} = 640^\circ \text{ bzw. mit modulo} \quad (17)$$

$$\varphi_{01} = 280^\circ. \quad (18)$$

Für die zweite Antenne gilt

$$l_{2,\text{eff}} = 1,42\lambda_0\sqrt{\varepsilon_r} \quad (19)$$

und

$$\varphi'_{02} = 360^\circ \frac{l_2}{\lambda_0} = 360^\circ \frac{1,42\lambda_0\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0} = 360^\circ \cdot 1,42 \cdot \sqrt{2,2} = 758^\circ \text{ bzw. mit modulo} \quad (20)$$

$$\varphi_{02} = 38^\circ. \quad (21)$$

Da keine Angaben über die Anordnung der Antennen gegeben sind, kann jetzt ohne Beschränkung der Allgemeinheit Antenne 1 zu 0° gesetzt werden und Antenne 2 mit $\varphi_{0x} = \Delta\varphi = 118^\circ$ gespeist werden.

Da nur der Gruppenfaktor berechnet werden soll, ist es unerheblich, welche Richtcharakteristik die Einzelelemente haben oder in welche Richtung sie ausgerichtet sind, solange alle gleich ausgerichtet sind. Deshalb kann die Formel

$$C_{\text{Gr}}(\theta, \psi) = \left| \cos \left(\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta - \varphi_{0x} \right) \right) \right| \quad (22)$$

angewendet werden und es ergibt sich

$$C_{\text{Gr}}(\theta, \psi) = \left| \cos \left(\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \cdot 0,32\lambda_0}{\lambda_0} \cos \psi \sin \theta - 118^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \right) \right) \right|. \quad (23)$$

Davon ausgehend kann die Richtcharakteristik nun grafisch ausgegeben werden (siehe Abbildung 5).

Aufgabe 5 Sie wollen den Gewinn einer neu entworfenen Antenne (AUT: Antenna under Test) bestimmen. In der reflexionsfreien Messkammer steht eine Referenzantenne mit 9,2 dBi Gewinn zur Verfügung. Bei Messung mit einem Netzwerkanalysator erhalten sie mit der Referenzantenne $S_{21} = -55$ dB. Mit Ihrer AUT erhalten Sie $S_{21} = -59,7$ dB. Wie groß ist der Gewinn der AUT? Wie heißt die verwendete Messmethode?

Die Antenne hat einen Gewinn von

$$G_{\text{AUT}} = G_{\text{Ref}} + S_{21,\text{AUT}} - S_{21,\text{Ref}} = 9,2 \text{ dBi} + (-59,7 \text{ dBi}) - (-55 \text{ dBi}) = 4,5 \text{ dBi}. \quad (24)$$

Die verwendete Messmethode heißt Gewinnvergleichsmessung, weil die AUT mit einer Referenzantenne verglichen wird. Vorteil gegenüber Zwei- und Drei-Antennen-Methode ist, dass nichts kalibriert werden muss und der Abstand nicht in die Berechnung mit einfließt. Nachteil ist, dass unterschiedlich angepasste Antennen das Messergebnis verfälschen können.

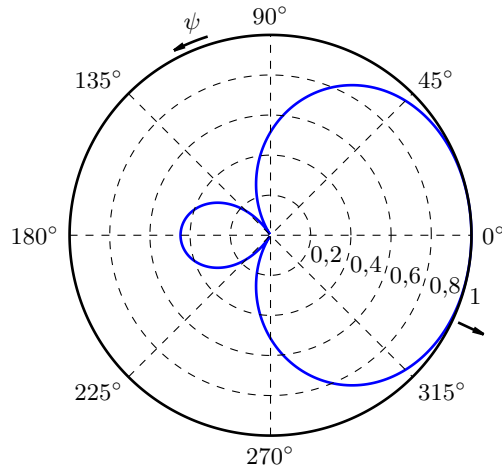


Abbildung 5: Gruppenfaktor in der z -Ebene ($\theta = 0^\circ$)

Aufgabe 6 Sie haben drei unbekannte Antennen und wollen Ihren Gewinn bestimmen. Dazu wenden Sie die Drei-Antennen-Methode an. Leiten Sie die dazugehörigen Formeln her.

Bei der Drei-Antennen-Methode sollen die Gewinne dreier unbekannter Antennen ermittelt werden. Dazu werden alle möglichen Kombinationen vermessen.

Die Sendeantenne S verursacht im Abstand d am Ort der Empfangsantenne E eine Leistungsdichte S_E von

$$S_E = \frac{P_S G_S}{4\pi d^2}. \quad (25)$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_E \quad (26)$$

ergibt sich eine Empfangsleistung von

$$P_E = S_E A_W = \frac{\lambda^2 P_S G_S G_E}{(4\pi d)^2}. \quad (27)$$

Da in der Praxis z.B. mit einem Netzwerkanalysator (NWA) gemessen werden könnte, ergibt $|S_{21}|^2$ direkt das gewünschte Verhältnis von P_E zu P_S , wenn auf die Antennenports kalibriert ist. Für die drei Kombinationen ergeben sich dann die folgenden Gleichungen (die Zahlen bezeichnen die Antennen)

$$\left. \frac{P_E}{P_S} \right|_{12} = \frac{\lambda^2 G_1 G_2}{(4\pi d)^2} \quad (28)$$

$$\left. \frac{P_E}{P_S} \right|_{13} = \frac{\lambda^2 G_1 G_3}{(4\pi d)^2} \quad (29)$$

$$\left. \frac{P_E}{P_S} \right|_{23} = \frac{\lambda^2 G_2 G_3}{(4\pi d)^2}. \quad (30)$$

Auflösen nach G_1 , G_2 und G_3 ergibt

$$G_1 = \frac{4\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{P_E}{P_S}|_{12} \cdot \frac{P_E}{P_S}|_{13}}{\frac{P_E}{P_S}|_{23}}} \quad (31)$$

$$G_2 = \frac{4\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{P_E}{P_S}|_{12} \cdot \frac{P_E}{P_S}|_{23}}{\frac{P_E}{P_S}|_{13}}} \quad (32)$$

$$G_3 = \frac{4\pi d}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{P_E}{P_S}|_{13} \cdot \frac{P_E}{P_S}|_{23}}{\frac{P_E}{P_S}|_{12}}} \quad (33)$$

Das Ergebnis kann selbstverständlich auch logarithmisch dargestellt werden.

Aufgabe 7 Bei einer Messung des Antennenpatterns müssen Sie die AUT ausrichten. Welche Fehler können dabei auftreten?

Ausrichtung der Polarisation

Bestimmung des Phasenzentrums (Abstand)

Winkel

Rotationsebenen

Aufgabe 8 Geben Sie die Kanalmatrix eines MIMO-Übertragungssystems mit 4 Sendern und 2 Empfängern an. Führen Sie die SVD-Zerlegung durch. Verzichten Sie darauf, die Elemente in $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ und $\mathbf{S}$ zu berechnen. Achten Sie jedoch auf die korrekte Struktur. Geben Sie die zugehörige Formel zur Berechnung der Kanalkapazität an, wenn am Empfänger Informationen über den Kanal bereitstehen. Wie können diese Informationen gewonnen werden?

Die Kanalmatrix eines 4x2-MIMO-Systems ($m = 4$ Sender und $n = 2$ Empfänger) hat die Form

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Die Zerlegung mit *Singular Value Decomposition* (SVD) ermöglicht es, die vollbesetzte Matrix $\mathbf{H}$ in eine Diagonalmatrix $\mathbf{S}$ umzuwandeln, so dass es von außen wie – in diesem Fall – zwei unabhängige, orthogonale Subkanäle aussieht. Dazu wird angenommen, dass Informationen über den Kanal vorliegen (*CSI: Channel State Information*) und die Matrix $\mathbf{H}$ wird in

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^* \quad (35)$$

zerlegt, wobei $*$ die hermitesche Operation bezeichnet, also transponiert und konjugiert komplex. $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ sind hierbei unitäre Matrizen (unitär: $\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^{-1}$). Es gilt außerdem $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ und $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$. Die Empfangs-Beamforming-Matrix wird hierbei von $\mathbf{U}^*$ dargestellt, während $\mathbf{V}$ die Sende-Beamforming-Matrix angibt. Umstellen von Gleichung 35 ergibt

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}^*\mathbf{H}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

mit den Eigenwerten λ_1 und λ_2 der Matrix $\mathbf{H}$. Daraus lässt sich die Kanalkapazität nun berechnen zu

$$C_{\text{MIMO}} = \sum_{i=1}^n \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{Tx},i} \lambda_i}{\sigma^2} \right) = \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{Tx},1} \lambda_1}{\sigma^2} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{Tx},2} \lambda_2}{\sigma^2} \right) \text{ in bit/s/Hz} \quad (37)$$

mit $P_{\text{Tx},i}$ als Sendeleistung am Sender i und der Rauschleistung σ^2 am Empfänger.

Die Informationen über den Kanal können am Empfänger durch die Übertragung von bekannten Pilot-symbolen gewonnen werden. Gleichzeitig muss sichergestellt sein, dass dies häufig genug geschieht, damit der Kanal sich nicht zu stark geändert hat.